

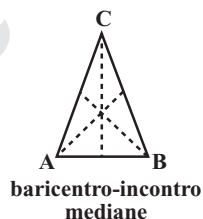
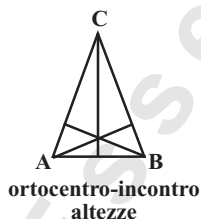
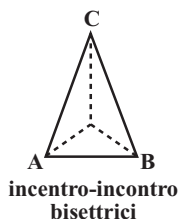
TRIANGOLI

1. PROPRIETÀ, PUNTI NOTEVOLI DEL TRIANGOLO E SOMMA DEGLI ANGOLI

È il più semplice dei poligoni, costituito da tre lati.

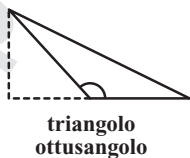
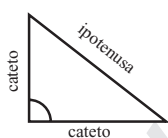
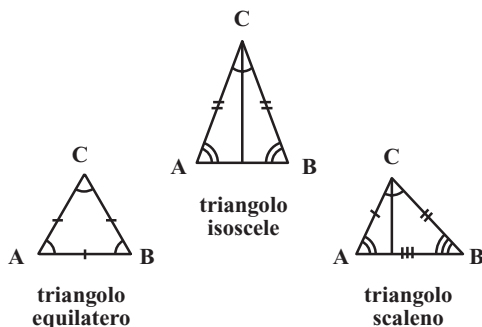
In un triangolo, oltre ai lati ed agli angoli, si distinguono:

- *altezza*: perpendicolare tracciata dal vertice sul lato opposto o sul suo prolungamento. Il punto di incontro delle tre altezze dicesi *ortocentro*;
- *base*: è uno qualsiasi dei suoi lati;
- *bisettrice*: semiretta, che uscendo dal vertice, divide l'angolo in due parti uguali. Il punto di incontro delle tre bisettrici prende il nome di *incentro*;
- *mediana*: segmento che uscendo dal vertice divide il lato opposto in due parti uguali. Il punto di incontro delle tre mediane prende il nome di *baricentro*.



Un triangolo, *secondo i suoi lati*, può essere:

- *equilatero*: se ha i tre lati uguali - anche gli angoli sono uguali - (ortocentro, incentro e baricentro si incontrano nello stesso punto);
- *isoscele*: se ha solo due lati uguali (gli angoli alla base sono uguali);
- *scaleno*: se ha i tre lati disuguali.



Un triangolo, *secondo i suoi angoli*, può essere:

- *rettangolo*: se ha un angolo retto;
- *acutangolo*: se ha tutti gli angoli acuti;
- *ottusangolo*: se ha un angolo ottuso.

La somma degli angoli interni di un triangolo è sempre uguale a 180° .

$$(180^\circ \cdot 3) - 540 = 540^\circ - 360^\circ = 180^\circ$$

N.B. Spesso gli esercizi sugli angoli chiedono di trovare il terzo angolo di un triangolo conoscendo l'ampiezza degli altri due.

Es: In un triangolo due angoli misurano rispettivamente 35° e 45° ; il terzo angolo misurerà...

Sapendo che la somma degli angoli interni è 180° basterà effettuare la differenza tra 180° e $(35^\circ + 45^\circ)$ per avere l'angolo mancante, quindi $180^\circ - 80^\circ = 100^\circ$

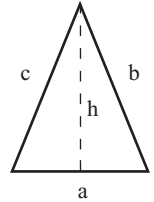
Il perimetro del triangolo si trova sommando le misure dei tre lati.

$$p = a + b + c; \quad a = p - (b + c)$$

$$b = p - (a + c); \quad c = p - (a + b)$$

L'area si trova moltiplicando le misure della base e dell'altezza e dividendo il prodotto per 2.

$$A = \left(\frac{b \cdot h}{2} \right) \quad h = \left(\frac{2 \cdot A}{b} \right) \quad b = \left(\frac{2 \cdot A}{h} \right)$$



L'area di un triangolo equilatero, come per tutti i poligoni regolari si trova dividendo per 2 il prodotto del perimetro per l'apotema. L'apotema si calcola moltiplicando la misura del lato per il numero fisso (0,288).

$$A = \left(\frac{p \cdot a_p}{2} \right); \quad p = \left(\frac{2 \cdot A}{a_p} \right)$$

$$a_p = \left(\frac{2 \cdot A}{p} \right); \quad a_p = 1 \cdot 0,288; \quad 1 = \frac{a_p}{0,288}$$

L'area di un triangolo rettangolo si trova moltiplicando le misure dei due cateti e dividendo il prodotto per 2. I cateti sono i due lati che formano l'angolo retto, mentre l'ipotenusa è il lato opposto all'angolo retto.

$$A = \left(\frac{c \cdot c_1}{2} \right); \quad c = \left(\frac{2 \cdot A}{c_1} \right); \quad c_1 = \left(\frac{2 \cdot A}{c} \right)$$

Formula di Erone

In un triangolo quando sono note le misure dei lati, si ottiene l'area estraendo la radice quadrata dal prodotto del suo semiperimetro per le differenze fra il semiperimetro e ciascuno dei tre lati.

$$A = \sqrt{\frac{P}{2} \cdot \left(\frac{P}{2} - a \right) \cdot \left(\frac{P}{2} - b \right) \cdot \left(\frac{P}{2} - c \right)}$$

ponendo $\frac{P}{2} = p$ (semiperimetro)

si ottiene:

$$A = \sqrt{p \cdot (p - a) \cdot (p - b) \cdot p \cdot (p - c)}$$

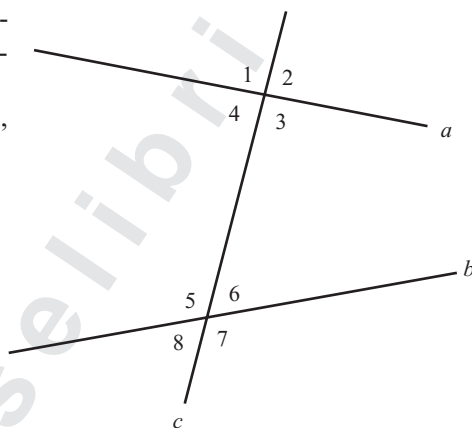
ANGOLI FORMATI DA DUE RETTE CON UNA TRASVERSALE

Si considerino due rette generiche a e b che incontrano una terza retta c trasversale come nella figura a lato.

Queste tre rette individuano otto angoli che indicheremo rispettivamente con una numerazione progressiva da 1 a 8.

Questi angoli, accoppiati tra loro in modo opportuno, prendono dei nomi particolari che sono i seguenti:

Angoli	1 e 5	4 e 8	Corrispondenti
	2 e 6	3 e 7	
	4 e 6	3 e 5	Alterni interni
	1 e 7	2 e 8	Alterni esterni
	4 e 5	3 e 6	Coniugati interni
	1 e 8	2 e 7	Coniugati esterni



1. RETTE PARALLELE INTERSECAE DA UNA TRASVERSALE

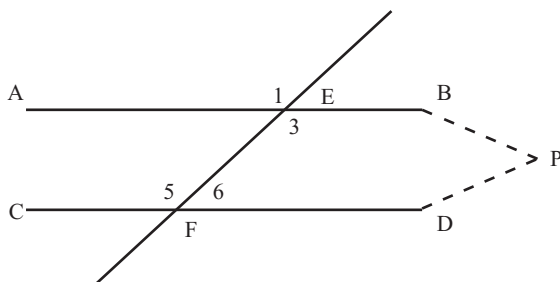
Nel caso in cui le rette a e b sono parallele, si ottengono delle relazioni particolari tra gli angoli summenzionati, per i quali vale il seguente teorema:

a e b parallele tagliate da una trasversale $c \Leftrightarrow$	$\left\{ \begin{array}{l} 1. \text{ angoli alterni uguali} \\ 2. \text{ angoli corrispondenti uguali} \\ 3. \text{ angoli coniugati supplementari} \end{array} \right.$
---	---

Dimostrazione da destra verso sinistra (\leftarrow *sufficienza*).

Si consideri anzitutto l'ipotesi 1, cioè siano AB e CD due rette che formano con la trasversale EF due angoli alterni 3 e 5 uguali. Si deve dimostrare che le due rette AB e CD sono parallele (come in figura).

La dimostrazione si fa per assurdo, supponendo che le due rette non siano parallele, ma si incontrino in un punto P . In tal caso il triangolo EFP avrebbe l'angolo esterno 5



uguale all'angolo interno 3, non adiacente ad esso, il che è un assurdo (infatti in ogni triangolo un angolo esterno è sempre maggiore di ciascun angolo interno non adiacente ad esso).

Si consideri adesso l'ipotesi 2 e si supponga, quindi, che *i due angoli corrispondenti 1 e 5 siano uguali*. In questo caso, poiché gli angoli 1 e 3 sono uguali (essendo opposti al vertice), anche gli angoli alterni 3 e 5 risultano uguali, pertanto si ricade nel 1° caso, appena dimostrato, per cui AB e CD risultano parallele.

Sia infine l'ipotesi 3, cioè che *i due angoli coniugati 3 e 6 siano supplementari*. Poiché l'angolo 5 è supplementare dell'angolo 6 (essendo adiacente ad esso), gli angoli alterni 3 e 5 risultano uguali (perché entrambi supplementari dell'angolo 6) e si ritorna nuovamente al 1° caso, per cui le rette AB e CD risultano parallele.

Dimostrazione da sinistra verso destra (\rightarrow *necessità*).

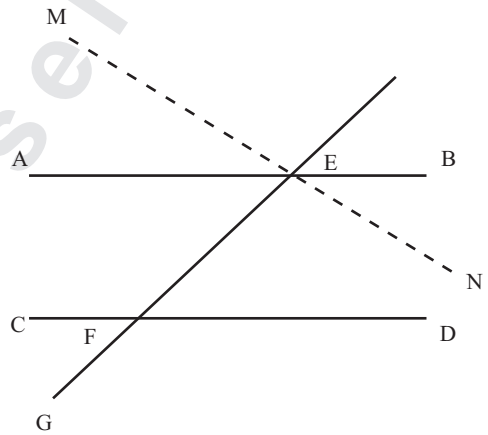
Adesso 1, 2 e 3 non sono più ipotesi, bensì tesi, poiché l'ipotesi di partenza è che le rette AB e CD siano parallele.

Tesi 1.

Date le parallele AB e CD si dimostra che *gli angoli alterni interni $\hat{B}\hat{E}F$ e $\hat{C}\hat{F}E$ sono uguali*.

Si ragiona per assurdo supponendo che i due angoli non siano uguali ma $\hat{B}\hat{E}F > \hat{C}\hat{F}E$. In tal caso è possibile condurre per il punto E la retta MN, distinta da AB, in modo tale che si abbia $\hat{N}\hat{E}F = \hat{C}\hat{F}E$.

Si sono pertanto ottenute due rette, MN e CD, che formano con una trasversale EF due angoli alterni ($\hat{N}\hat{E}F$ e $\hat{C}\hat{F}E$) uguali, e quindi, per la dimostrazione precedente, esse sono parallele. Questo significa che per un punto E del piano passano due rette distinte, AB ed MN, entrambe parallele alla retta CD, il che è un assurdo (poiché contravviene al V postulato di Euclide, il quale afferma che per un punto passa una sola retta parallela ad una retta data). Quindi deve necessariamente valere la tesi 1.



Tesi 2.

Date le parallele AB e CD si dimostra adesso che *gli angoli corrispondenti $\hat{B}\hat{E}F$ e $\hat{D}\hat{F}G$ sono uguali*.

Infatti, per la tesi 1 risulta che $\hat{B}\hat{E}F = \hat{C}\hat{F}E$, poiché alterni interni, inoltre $\hat{C}\hat{F}E = \hat{D}\hat{F}G$, essendo opposti al vertice. Ne risulta che, per la proprietà transitiva dell'uguaglianza, $\hat{B}\hat{E}F = \hat{D}\hat{F}G$.

Tesi 3.

Date le parallele AB e CD si dimostra infine che *gli angoli coniugati $\hat{B}\hat{E}F$ e $\hat{E}\hat{F}D$ sono supplementari*.

L'angolo $\hat{E}\hat{F}D$ è supplementare dell'angolo $\hat{E}\hat{F}C$ (poiché sono adiacenti), inoltre $\hat{E}\hat{F}C = \hat{B}\hat{E}F$ essendo alterni interni (tesi 1), pertanto $\hat{E}\hat{F}D$ deve essere supplementare anche dell'angolo $\hat{B}\hat{E}F$.

PROBLEMI DI LOGICA

Sono esercizi preposti alla valutazione delle capacità logiche del candidato per scoprire, soprattutto, le competenze in merito alle relazioni di causa/effetto, alla logica relativa ad affermazioni tra loro concatenate, a comprendere asserzioni aventi un significato da quelle che non ne hanno, etc.

— Se $A > B$; $B > C$; $C > D$, **D** rispetto ad **A** è:

- A) Maggiore
- B) Minore
- C) Uguale
- D) Maggiore o uguale

Risp. B - Per risolvere questo tipo di test bisogna individuare la relazione esistente tra gli elementi proposti. In base ai dati forniti gli elementi sono posti in ordine decrescente in questa sequenza A-B-C-D per cui rispetto ad A, **D** è minore. La risposta esatta, dunque, è la **B**.

— Se **Maria** è più vecchia di **Luca**, **Luca** è più giovane di **Andrea**, **Andrea** è coetaneo di **Stefano**, **Luca** rispetto a **Stefano** è:

- A) Più vecchio o coetaneo
- B) Più giovane
- C) Coetaneo
- D) Più vecchio

Risp. B - Per risolvere più velocemente questo tipo di esercizio si può sostituire mentalmente un numero “qualsiasi” che corrisponde ad un’età per ciascuno (es. Maria 70, più vecchia di Luca 60; che è più giovane di Andrea 65; che è coetaneo di Stefano 65; quindi Luca è più giovane di Stefano. La soluzione esatta è la lettera **B**.

— Se **B** è a sud di **A**; **C** è a est di **A**; **D** è a ovest di **A**; **C** rispetto a **D** è a ...

- A) Ovest
- B) Nord-Est
- C) Est
- D) Sud-Est

Risp. C - Per questo tipo di esercizio bisogna fare mente locale sulla rosa dei venti ed i punti cardinali in modo da poter rappresentare le indicazioni date, come nel nostro caso:

D A C
B

dalla rappresentazione è facile vedere che C rispetto a D è ad Est. La soluzione esatta è la lettera **C**.

— **Soltanto chi ha il decoder può vedere certi programmi**

- A) Chi possiede un decoder è ricco
- B) Chi vede certi programmi ha il decoder
- C) Chi non vede certi programmi non ha il decoder
- D) Nessuna delle precedenti

Risp. B - L’alternativa A non è pertinente all’assunto proposto; allo stesso modo non si può dedurre che chi non vede certi programmi non lo faccia perché non abbia il decoder, potrebbe, ad esempio aver deciso di non vederli per altri motivi; invece, sicuramente è possibile asserire che chi vede certi programmi ha il decoder. Pertanto la risposta esatta è la lettera **B**.

— **Tutti gli impiegati di quella ditta sono responsabili; Alessandra gioca a scacchi; chi gioca a scacchi è responsabile, quindi:**

- A) tutti gli impiegati giocano a scacchi
- B) tutte le persone responsabili giocano a scacchi
- C) Alessandra è un'impiegata
- D) Alessandra è responsabile

Risp. D – Nell'alternativa C Alessandra è un'impiegata, ma non è detto che sia responsabile, perché non è sicuro che sia dipendente di quella ditta. L'alternativa A non è esatta poiché dalle informazioni fornite non possiamo dedurre che tutti gli impiegati giochino a scacchi; per l'alternativa B possiamo affermare che tutte le persone che giocano a scacchi siano responsabili, ma non possiamo asserire il contrario; quindi l'alternativa corretta, che esprime la logica conclusione è: "Alessandra è responsabile". La risposta esatta è la lettera **D**.

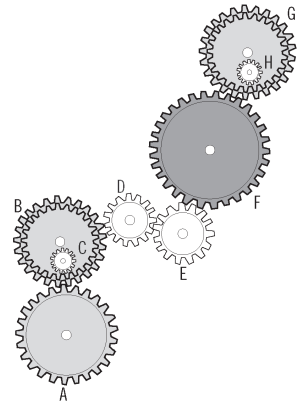
— **I francesi sono raffinati; Julien è snob; alcune persone snob sono italiane. Se le tre affermazioni sono vere; quale è vera?**

- A) Julien è italiano
- B) Julien è amico degli italiani
- C) A Julien non sono simpatici gli italiani
- D) Non si può dire se Julien sia raffinato

Risp. D - L'insieme dei francesi è compreso nell'insieme dei raffinati che è estraneo agli altri insiemi. Julien è situato negli insiemi degli snob che ha un'area di intersezione con quello delle persone italiane ma non è specificato se faccia parte dell'insieme dei francesi, pertanto la risposta esatta è la lettera **D**.

— **Nel seguente ingranaggio le ruote dentate sono libere di ruotare attorno a un perno fisso. Se la ruota dentata C gira in senso orario, in quale senso gira la ruota piccola H?**

- A) In senso orario.
- B) Nello stesso senso della ruota dentata F.
- C) In senso inverso rispetto alla ruota G.
- D) Il sistema non è funzionante.



Risp. A - Da tenere a mente che sia la ruota dentata piccola all'interno di quella grande sia quella grande girano nello stesso senso, mentre una ruota dentata limitrofa gira sempre in senso contrario.

SEQUENZE VISIVE

Le successioni visive sono esercizi di tipo attitudinale somministrati nei vari concorsi al fine di valutare nell'aspirante l'aspetto logico-spaziale ossia la capacità di ragionamento che porta alla conoscenza delle relazioni qualitative, quantitative e spaziali esistenti tra più figure.

Anche questa categoria di test è molto utilizzata nei concorsi nelle Forze di Polizia ed Armate, ciascuna soffermandosi su uno o altro tipo particolare di esercizio.

La sfera di quesiti logico-spaziali comprende svariati tipi di esercizi, tuttavia nella generalità degli stessi viene chiesto al candidato, tra le quattro alternative di risposta, di completare la successione di figure proposte o di eliminarne una poiché non attinente o di porle a confronto per individuare le differenze.

Di seguito sono proposti alcune tipologie dei summenzionati test attitudinali.

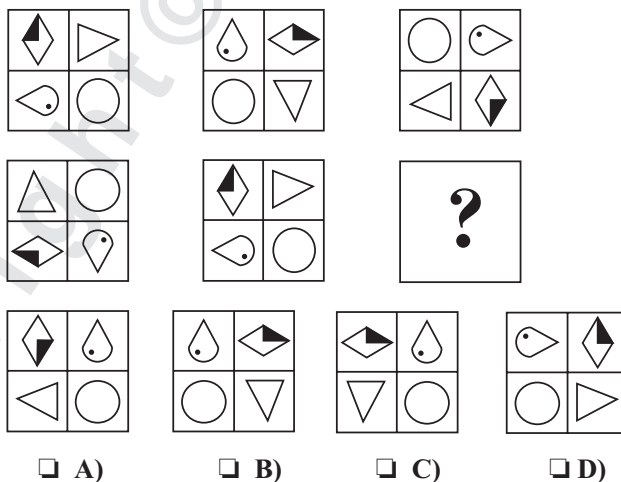
1. CONTINUARE LA SERIE VISIVA

La presente tipologia di test è volta ad individuare l'attitudine del candidato a scoprire rapidamente la chiave risolutiva che lega le figure all'interno di una sequenza proposta. Consiste nel proporre una serie di figure alla quale ne manca una; tale incognita dovrà essere scoperta dal candidato fra le opzioni fornite sulla base di un criterio logico seguito da tutti i termini dati.

Di norma, la chiave risolutiva può essere la rotazione dell'intera figura o di parte di essa, o dall'alternarsi della presenza di piccoli particolari, oppure dalla forma geometrica, etc.

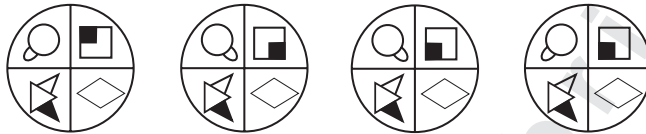
Si esaminano adesso degli esempi.

— Individuare la figura che continua la serie.



Risp. B – La successione di figure proposta è di facile risoluzione; esaminandola emerge rapidamente che gli elementi dati nella loro interezza ruotano di 90° gradi verso destra rispetto alle figure che li precedono. La soluzione pertanto è la lettera B.

— Individuare la figura che continua la serie.



A)

B)

C)

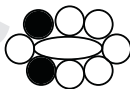
D)

Risp. C – Esaminando attentamente gli elementi dati, si constata che la figura successiva non è data dalla rotazione dell'intera figura o dal ribaltamento, si prendono in considerazione i vari quadranti che compongono i suddetti elementi. Salta agli occhi che la figura composta dal piccolo cerchio nel secondo elemento ruota verso destra di 90° rispetto alla precedente, mentre tutte le altre immagini rimangono invariate. Nel terzo elemento da sinistra verso destra si nota, sempre nello stesso senso, che ruota di 90° la figura composta da due quadrati posti uno dentro l'altro; le altre piccole figure rimangono invariate. Da ciò si scopre che il criterio logico che lega la sequenza visiva è la successiva rotazione di 90° gradi verso destra di una sola figura posta all'interno dei quadranti. La soluzione esatta è pertanto la lettera C.

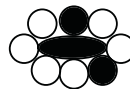
— Individuare la margherita che completa logicamente la serie.



A)



B)



C)



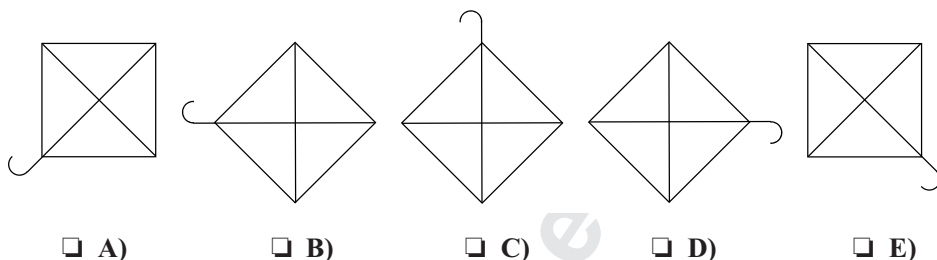
D)

Risp. D – Questo tipo di esercizio è di facile risoluzione; balza subito agli occhi che il “petalo scuro” nelle immagini successive si sposta sempre di una posizione in senso orario mentre la parte centrale è sempre scura. L'alternativa corretta è pertanto la lettera D.

2. FIGURA DA SCARTARE

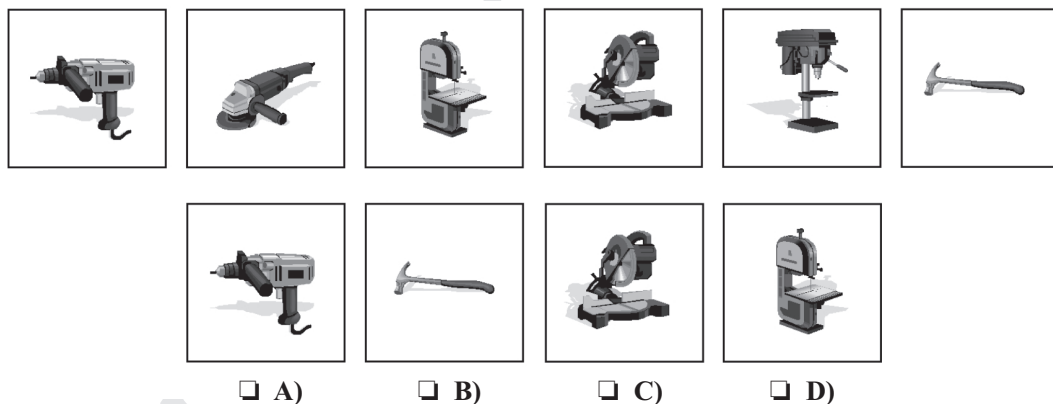
Si tratta sempre di una successione di figure in cui tutte sono legate da un criterio logico ad eccezione di una che deve essere individuata e scartata. L'estraneità di un termine rispetto alla logica che lega gli altri elementi può essere data dal tipo di figura geometrica (tutte figure simili o appartenenti ad un tipo di figura geometrica o con un numero di lati sempre maggiore, etc.) oppure perché non contengono un particolare ovvero non sono sovrapponibili etc. Si considerino gli esempi di seguito esplicitati.

— Individuare la figura da scartare.



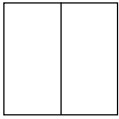
Risp. C – In questo tipo di esercizio quattro delle cinque figure sono accomunate dalla identità, mentre una quinta figura, anche se apparentemente identica si differenzia in un piccolo particolare “l’uncino” che è curvato in un senso opposto. La soluzione esatta è quindi la lettera C.

— Individuare la figura da scartare.

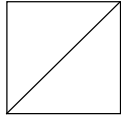


Risp. B – In questo esercizio cinque box sono accomunate per la rappresentazione di utensili da lavoro del tipo elettrico; l’utensile da scartare è quindi il martello. L’alternativa corretta è pertanto la lettera B.

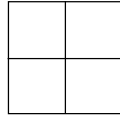
— Individuare la figura da scartare.



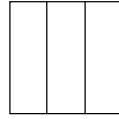
❑ A)



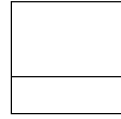
❑ B)



❑ C)



❑ D)



❑ E)

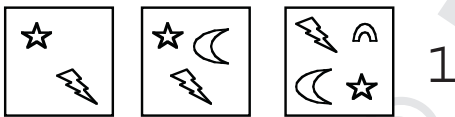
Risp. B – In questo esercizio la chiave risolutiva non emerge immediatamente. Occorre riflettere maggiormente; infatti da una attenta analisi si ricava che in quattro delle cinque figure i segmenti che dividono gli elementi fanno scaturire altre figure geometriche appartenente ai quadrilateri, mentre la quinta, quella che va individuata viene divisa in due triangoli. La soluzione esatta è pertanto rappresentata dalla lettera **B**.

3. INDIVIDUARE LA FIGURA MANCANTE

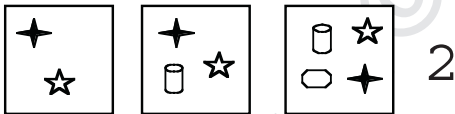
Questo tipo di esercizio consiste in una successione di figure geometriche o astratte, di norma disposte su più righe, in cui l'elemento incognito da individuare tra le alternative proposte è dato dalla relazione verticale, orizzontale od obliqua, etc. delle figure.

Le chiavi risolutive sono diverse; come per le matrici di Raven può essere rappresentata dalla sovrapposizione e addizione degli elementi differenti, altrimenti dalla ripetizione di elementi differenti (successione composta da soli tre elementi), etc. Per comprendere meglio lo svolgimento si riportano degli esempi.

— Analogamente alle serie 1 e 2 completare la serie 3.



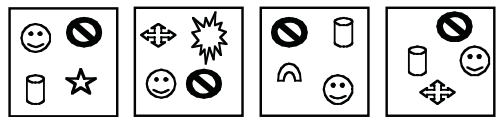
1



2



3



A

B

C

D

❑ A) la figura indicata con lettera C

❑ B) la figura indicata con lettera A

❑ C) la figura indicata con lettera D

❑ D) la figura indicata con lettera B

Risp. D – In questo esercizio esaminata la logica delle due serie visive complete, occorre individuare quale disegno continua con la medesima logica la serie incompleta. Nel caso in argomento si può osservare come la logica è quella di aumentare progressivamente il numero delle immagini contenute all'interno dei box, mantenendo gli stessi disegni. Il box B, infatti, ha gli stessi disegni del box centrale della serie 3 con l'aggiunta di una faccina. L'alternativa corretta è pertanto la lettera **D**.